Work in Progress

ハイブリッド型理論による Refined Environment Classifiersの再構築

村瀬 唯斗　　　五十嵐 淳

京都大学情報学研究科通信情報システム専攻

研究の背景：自由変数を含む(=openな)コードを扱う多段階計算の型システム

λ○

[Davies 1996, Daives 2017]

$x :^0 \bigcirc\texttt{int}, y :^1 \texttt{int}$
$\vdash^0 \text{‘}(y+, x) : \bigcirc\,\texttt{int}$

コードの変数環境を明示しない

- ○ 構文がシンプル
- × 可変参照やevalを入れると型安全でなくなる

Contextual Modal Type Theory

[Nanevski et al. 2008, Murase et al. 2023]

$x : [\texttt{int} \vdash \texttt{int}]$
$\vdash \text{‘}_{\langle y:\texttt{int}\rangle}(y+, x[y]) : [\texttt{int} \vdash \texttt{int}]$

コードの変数環境を**直接明示する**

- ○ 可変参照/evalと相性がいい
- × 構文が煩雑

<NJ> (Refined Environment Classifiers)

[Kiselyov et al. 2016]

$\gamma^1, (y : \texttt{int})^{\gamma^1}, \gamma^2, \gamma^2 \succ \gamma^1, x : \langle\texttt{int}\rangle^{\gamma^2}$
$\vdash \langle y\rangle \underline{+}\, x : \langle\texttt{int}\rangle^{\gamma^2}$

変数のスコープを表すClassifier経由で
コードの環境を明示する

- ○ 可変参照/evalと相性がいい
- ○ 構文が比較的シンプル

<NJ>のRefined Environment Classifiersって
いいアイデアっぽいなあ。
でも**既存の多段階計算の体系と大分違わない？**

	<NJ>	**既存の多段階計算(λ○/CMTT)**
コード生成の方式	コンビネータ	quote/unquote
段階	2段階	多段階
意味論	メタレベルの計算に対してのみ定義	全段階の計算に対して定義
論理的な基礎	Hybrid論理?(後述)	様相論理

研究の目的： **既存の標準的な多段階計算の型システムの特徴に沿うように Refined Environment Classifiers(REC)を再定式化したい**

研究のアプローチ：直観主義様相論理のKripke意味論からRECの意味を理解する

背景1: 直観主義様相論理のKripke意味論

$$\begin{array}{llll} \text{Propositions} & A, B & ::= & p \mid A \to B \mid \Box A \\ \text{Worlds} & w, \ldots & \in & W \end{array}$$

$$[\![p]\!]_w = V_\omega(p)$$
$$[\![A \to B]\!]_w = \forall w_1. w R_i w_1 \to [\![A]\!]_{w_1} \to [\![B]\!]_{w_1}$$
$$[\![\Box A]\!]_w = \forall w_1. w R_i w_1 \to \forall w_2. w_1 R_m w_2 \to [\![A]\!]_{w_2}$$

Monotonicity: $[\![A]\!]_{w_1}$ and $w_1 R_i w_2$ implies $[\![A]\!]_{w_2}$

RECはworldに対応するのでは？

[山崎・キセリョーヴ PPL2018]

REC ····› World

REC間のSubtyping ····› Ri(直観主義の到達関係)

背景2: ハイブリッド論理

様相論理を特定のworldに言及できるように拡張した論理

A@w 「Aがwで成立している」という命題

<NJ>で型に対応する項がある → (直観主義~~様相~~論理のKripke意味論をエンコードした)ハイブリッド論理で証明できる

[山崎・キセリョーヴ PPL2018]

方針: ハイブリッド型理論によるRECの再構築

Fitch-style 様相計算 —一般化→ RECの新しい定式化

②分解 → ①ハイブリッド型理論(後述) → 再構築③

現時点での貢献: ①ハイブリッド型理論の定式化

直観主義様相論理のKripke意味論を
ハイブリッド論理よりも直接的に記述できるようにした型付きλ計算

$$\begin{array}{llll} \textbf{Types} & A, B, \ldots & ::= & \iota \mid A \xrightarrow{\omega} B \mid A@\omega \mid T \to A \mid \prod_{\omega:\mathbb{W}} A \\ \textbf{Transition Statement} & T, \ldots & ::= & \omega_1 \geq_i \omega_2 \mid \omega_1 \geq_m \omega_2 \end{array}$$

$$\text{LAbs}\ \frac{\Gamma, x{:}^{\omega_1} A_1 \vdash^{\omega_2} M : A_2}{\Gamma \vdash^{\omega_2} \lambda x{:}^{\omega_1} A_1 . M : A_1 \xrightarrow{\omega_1} A_2} \qquad \text{Quo}\ \frac{\Gamma \vdash^{\omega_1} M : A}{\Gamma \vdash^{\omega_2} M@\omega_1 : A@\omega_1}$$

$$\text{TAbs}\ \frac{\Gamma, p{:}T \vdash^{\omega} M : A}{\Gamma \vdash^{\omega} \lambda p{:}T.M : T \to A} \qquad \text{WAbs}\ \frac{\Gamma, \omega_1{:}\mathbb{W} \vdash^{\omega_2} M : A \quad \omega_1 \neq \omega_2}{\Gamma \vdash^{\omega_2} \lambda\omega_1{:}\mathbb{W}.M : \prod_{\omega_1:\mathbb{W}} A}$$

ハイブリッド型理論の構文(抜粋)

$$[\![\iota]\!]_\omega = \iota$$
$$[\![A_1 \to A_2]\!]_\omega = \prod_{\omega':\mathbb{W}} \omega' \geq_i \omega \to [\![A_1]\!]_{\omega'} \xrightarrow{\omega'} ([\![A_2]\!]_{\omega'}@\omega')$$
$$[\![\Box A_1]\!]_\omega = \prod_{\omega_1:\mathbb{W}} \omega_1 \geq_i \omega \to \prod_{\omega_2:\mathbb{W}} \omega_2 \geq_m \omega_1 \to ([\![A_1]\!]_{\omega_2}@\omega_2)$$

様相計算からハイブリッド型理論への型の変換

TODO
- ② ・WIP: 様相計算→ハイブリッド型理論への変換
- ③ ・WIP:RECのハイブリッド型理論での記述
- ③ ・上をベースにしたより簡潔な型理論の提案